

## Beschränktes Wachstum

Mathe > Digitales Schulbuch > Analysis > Wachstum > Beschränktes Wachstum

Spickzettel   Aufgaben   Lösungen PLUS   Lernvideos PLUS

---

1. Vor zehn Jahren wurden auf einem Waldstück, das Platz für 12000 Bäume bietet, 500 Bäume angepflanzt. Es handelt sich hier nicht um ein Unternehmen, sondern um eine Forschergruppe, die untersuchen will, wie schnell sich Bäume ohne menschlichen Einfluss ausbreiten. Heute befinden sich 3100 Bäume auf diesem Waldstück.
  - a) Ermittle anhand der gegebenen Werte eine Funktionsgleichung, mit der sich das Ausbreiten der Bäume beschreiben lässt.
  - b) Wann werden sich 8000 Bäume auf dem Waldstück befinden? Wann 11000?
  - c) Auf einer Plantage in der Nähe dieses Waldstückes werden Bäume für den Verkauf aufgezogen. Hier haben auch 12000 Bäume Platz und es wurde mit 500 Bäumen begonnen. Nach 10 Jahren stehen hier allerdings schon 3600 Bäume.  
Gibt es einen Zeitpunkt (außer  $t = 0$ ), zu dem auf beiden Waldstücken gleich viele Bäume stehen?
  
2. In der Wüste von Dubai wird ein neuer Rennwagen getestet, der eine Spitzengeschwindigkeit von 468 Stundenkilometern fährt. Nach 3 Sekunden hat er bei optimalen Verhältnissen 100 Stundenkilometer erreicht.
  - a) Ermittle anhand dieser Daten eine Funktionsgleichung, mit der sich die Geschwindigkeitsentwicklung des Wagens beschreiben lässt.
  - b) Wann hat er 300 Stundenkilometer erreicht? Wann 400?
  - c) Zu welchem Zeitpunkt hat die erste Ableitung den Wert 10? Wie ist dies in diesem Kontext zu interpretieren?
  - d) Eine Konkurrenzfirma hat einen Wagen gebaut, der eine Spitzengeschwindigkeit von 500 Stundenkilometer erreicht, die 100 Stundenkilometer allerdings erst nach 3,2 Sekunden fährt.  
Ein Rennen wird ausgetragen, das 8 Sekunden dauert. Wer von den beiden erreicht im Rennen die höhere Geschwindigkeit?
  
3. Onkel Dagobert hat es satt, dass dauernd jemand versucht, seinen Geldspeicher zu überfallen. Er hat vor, immer nur 100000 Taler im Geldspeicher zu lagern und den Rest in einem unterirdischen Lager unterzubringen. Beim Start des Transports befinden sich 120 Mio. Taler im Geldspeicher, nach einer Stunde sind es 5% weniger.
  - a) Ermittle anhand dieser Daten eine Wachstumsgleichung, mit der sich die Entwicklung des Geldbestandes im Geldspeicher beschreiben lässt ( $t$  in Stunden,  $B(t)$  in Mio.).

- b) Wann wurde die Hälfte des Geldes abtransportiert? Wann 75%?
- c) Daniel Düsentrieb hat einen Weg gefunden, den Geldspeicher so zu entleeren, dass pro Stunde 8 Mio. Taler transportiert werden. Er hat dies mit einem linearen Wachstumsmodell geplant. Nach welchem Modell wäre nach 10 Stunden am wenigsten Geld im Geldspeicher? Was wird bei Düsentriebs Modell nicht berücksichtigt?
4. Ein Mann hat im Lotto 10 Mio.€ gewonnen. Da er mit so viel Geld nicht umgehen kann, gibt er seiner Bank in Auftrag das Konto zu sperren, sobald nur noch 2 Mio.€ übrig sind. Obwohl er sich vornimmt sparsam zu leben, schmeißt er das Geld zum Fenster raus.
- a) Es wird von beschränktem Wachstum ausgegangen. Die Abnahme des Geldes lässt sich mit der Differenzialgleichung  $f'(t) = 0,033 \cdot (S - f(t))$  beschreiben.
- Löse diese Differenzialgleichung mit Hilfe der oben genannten Werte. Auf der  $x$ -Achse wird die Zeit in Wochen, auf der  $y$ -Achse Geld in Mio.€ abgetragen.
- b) Wann hat der Mann noch die Hälfte seines Gewinns übrig?
- c) Nach einem Jahr will sich der Mann eine Villa für 3,2 Mio.€ kaufen. Hat er noch genügend Geld?